

DAS SAMMELKARTENPROBLEM

Unterrichtseinheit zur Auseinandersetzung mit Daten und Zufall und zur Umsetzung der Leitperspektive Verbraucherbildung am Beispiel des Sammelkartenproblems.

DAS SAMMELKARTENPROBLEM

Sammelkarten gibt es bereits seit dem 19. Jahrhundert. Ursprünglich gab es sie als Zugabe zu Zigaretten und Schokolade. Das erste Unternehmen, das Serien von Sammelkarten und auch Sammelalben produzierte, war die Firma Stollwerck. Stollwerck wollte seine Kunden dazu bringen, mehr Schokolade zu kaufen, um an die Karten zu kommen. Die Sammelkarten werden heute nicht nur als Werbemittel genutzt. Zu allen möglichen Themen, wie Filmen oder Sportarten, gibt es Sammelkarten.



Sammelkarte zur Schokolade von Stollwerck 1900

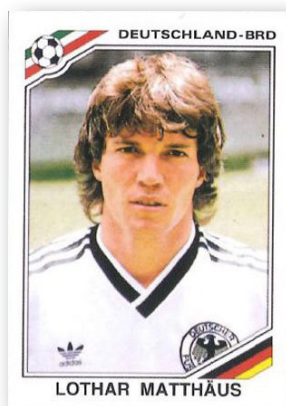
Bild 1*

Die Sammelkarten begeistern nicht nur leidenschaftliche Sammler, sondern auch Mathematiker seit fast hundert Jahren. 1930 haben Mathematiker begonnen, sich intensiv mit dem „Sammelkartenproblem“ zu beschäftigen. Sie fragten sich, wie viele zufällige Karten man ziehen bzw. kaufen müsste, um ein Sammelalbum sicher voll zu bekommen. Diese Aufgabe wird immer schwieriger, je mehr Optionen man berücksichtigt. Beispielsweise ändert sich das Problem, sobald man Sammelkarten tauschen kann oder wenn man annimmt, dass einzelne Karten seltener vorkommen.



1979

Bildkonvolut 1*



1986



2016

- Fußball Sammelkarten und Sammelalbum -

*Bildquellennachweis siehe S.II

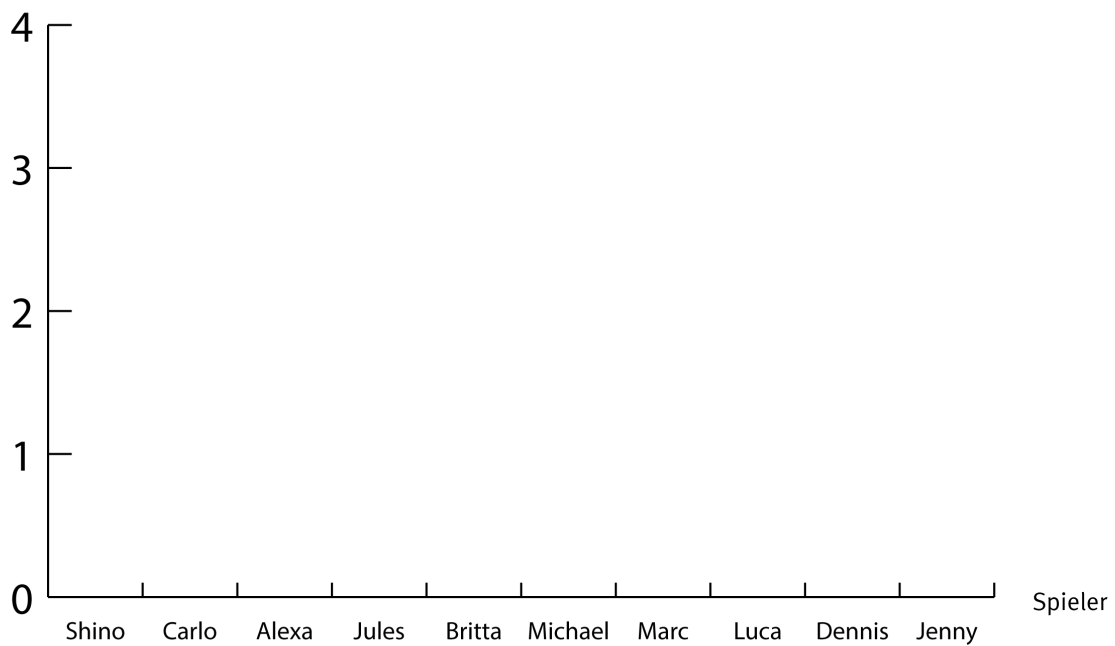


Aufgabe 3

Wie oft wurde welche Spielerkarte durchschnittlich gezogen (Mittelwert)? Übertrag eure Werte in das Koordinatensystem.

Gruppe	Shino	Carlo	Alexa	Jules	Britta	Michael	Marc	Luca	Dennis	Jenny
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
Mittelwert										

Karten

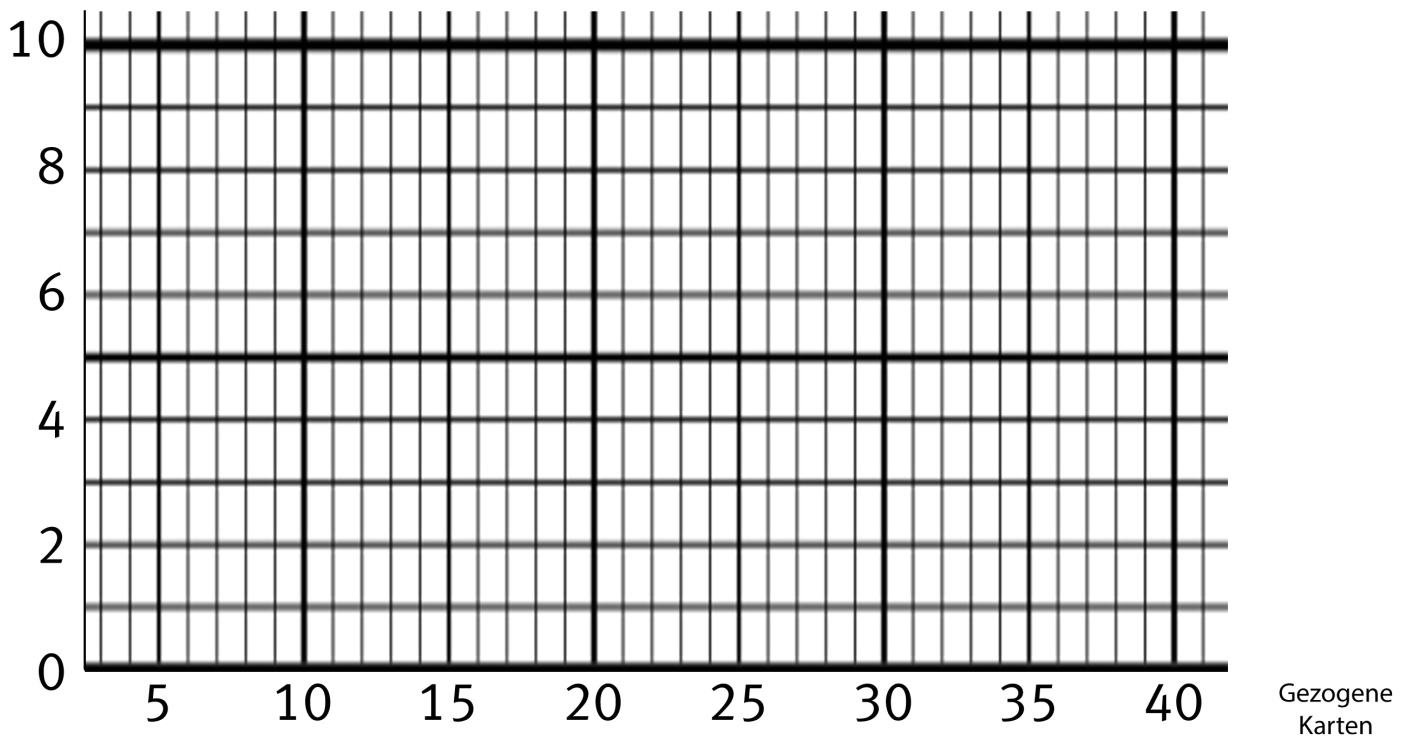




Aufgabe 4

Wie viele Karten musstet ihr durchschnittlich ziehen,
um ein Kartenset zu vervollständigen (Mittelwert)?

Gruppe



Je größer die Anzahl unterschiedlicher Sammelkarten ist, desto mehr Karten muss man durchschnittlich ziehen, um ein Set zu vervollständigen. Bei dem Panini-Sammelheft für die Europameisterschaft (EM) 2016 gibt es 680 verschiedene Sammelkarten. Damit man alle bekommt, muss man im Durchschnitt 4828 Karten sammeln. Die Bilder kann man in sogenannten Boosts kaufen. Bearbeitet die Aufgaben 5 und 6 mithilfe der Werbeanzeige.



Bild 2*



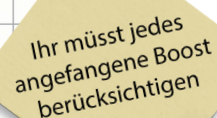
Aufgabe 6

Wie viel kostet ein vollständiges EM-Sammelalbum, wenn das leere Sammelalbum 3 € kostet?



Aufgabe 5

Wie viele Einzelpäckchen (Boosts) muss man durchschnittlich kaufen, um ein Sammelheft zu vervollständigen?



*Bildquellennachweis siehe S.II

DAS SAMMELKARTENPROBLEM

Sammelkarten gibt es bereits seit dem 19. Jahrhundert. Ursprünglich gab es sie als Zugabe zu Zigaretten und Schokolade. Das erste Unternehmen, das Serien von Sammelkarten und auch Sammelalben produzierte, war die Firma Stollwerck. Stollwerck wollte seine Kunden dazu bringen, mehr Schokolade zu kaufen, um an die Karten zu kommen. Die Sammelkarten werden heute nicht nur als Werbemittel genutzt. Zu allen möglichen Themen, wie Filmen oder Sportarten, gibt es Sammelkarten.



Sammelbild zur
Schokolade von
Stollwerck 1900

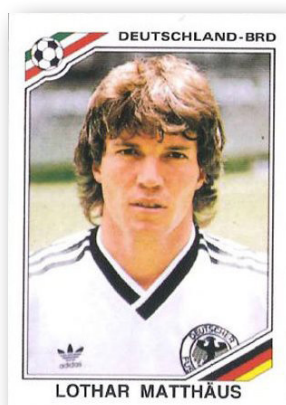
Bild 1*

Die Sammelbilder begeistern nicht nur leidenschaftliche Sammler, sondern auch Mathematiker seit fast hundert Jahren. 1930 haben Mathematiker begonnen, sich intensiv mit dem „Sammelbilderproblem“ zu beschäftigen. Sie fragten sich, wie viele zufällige Karten man ziehen bzw. kaufen müsste, um ein Sammelalbum sicher voll zu bekommen. Diese Aufgabe wird immer schwieriger, je mehr Optionen man berücksichtigt. Beispielsweise ändert sich das Problem, sobald man Sammelkarten tauschen kann oder wenn man annimmt, dass einzelne Karten seltener vorkommen.



1974

Bildkonvolut 1*



1986



2016

- Panini Fußball Sammelbilder -

*Bildquellennachweis siehe S.II



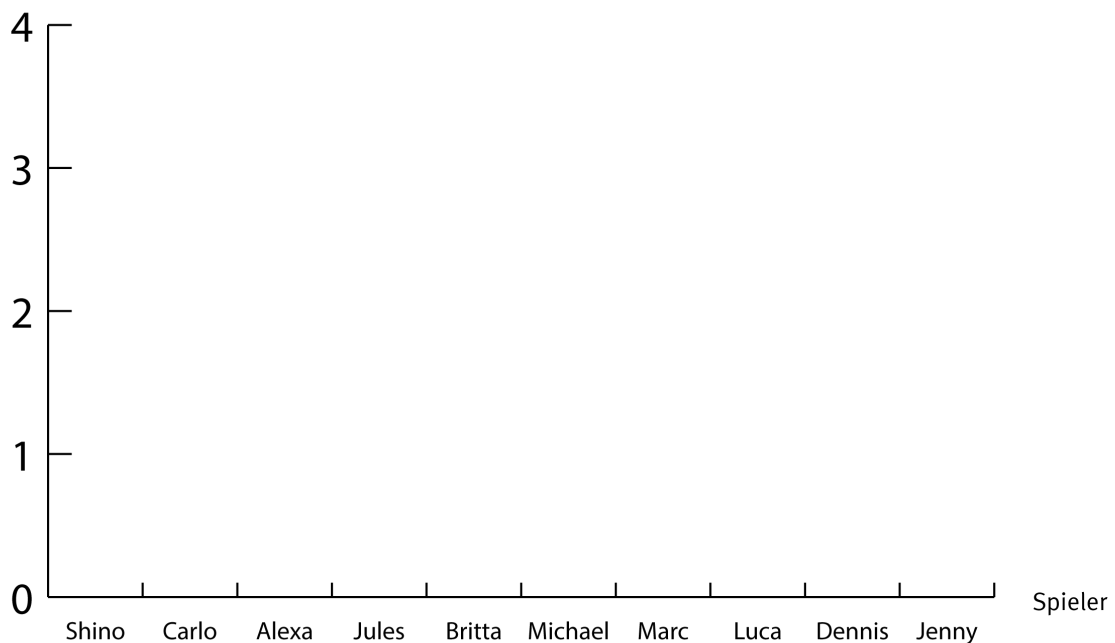
Aufgabe 3

Wie oft wurde welche Spielerkarte durchschnittlich gezogen (Mittelwert)? Übertrag eure Werte in das Koordinatensystem.

Gruppe	Shino	Carlo	Alexa	Jules	Britta	Michael	Marc	Luca	Dennis	Jenny
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
Mittelwert										

$$\text{Mittelwert} = \frac{\text{Zur Erinnerung Häufigkeit}}{\text{Gesamtmenge}}$$

Karten

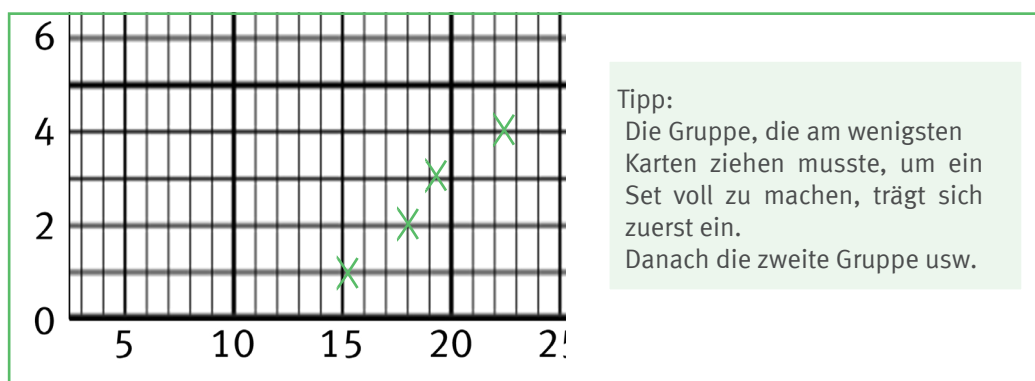
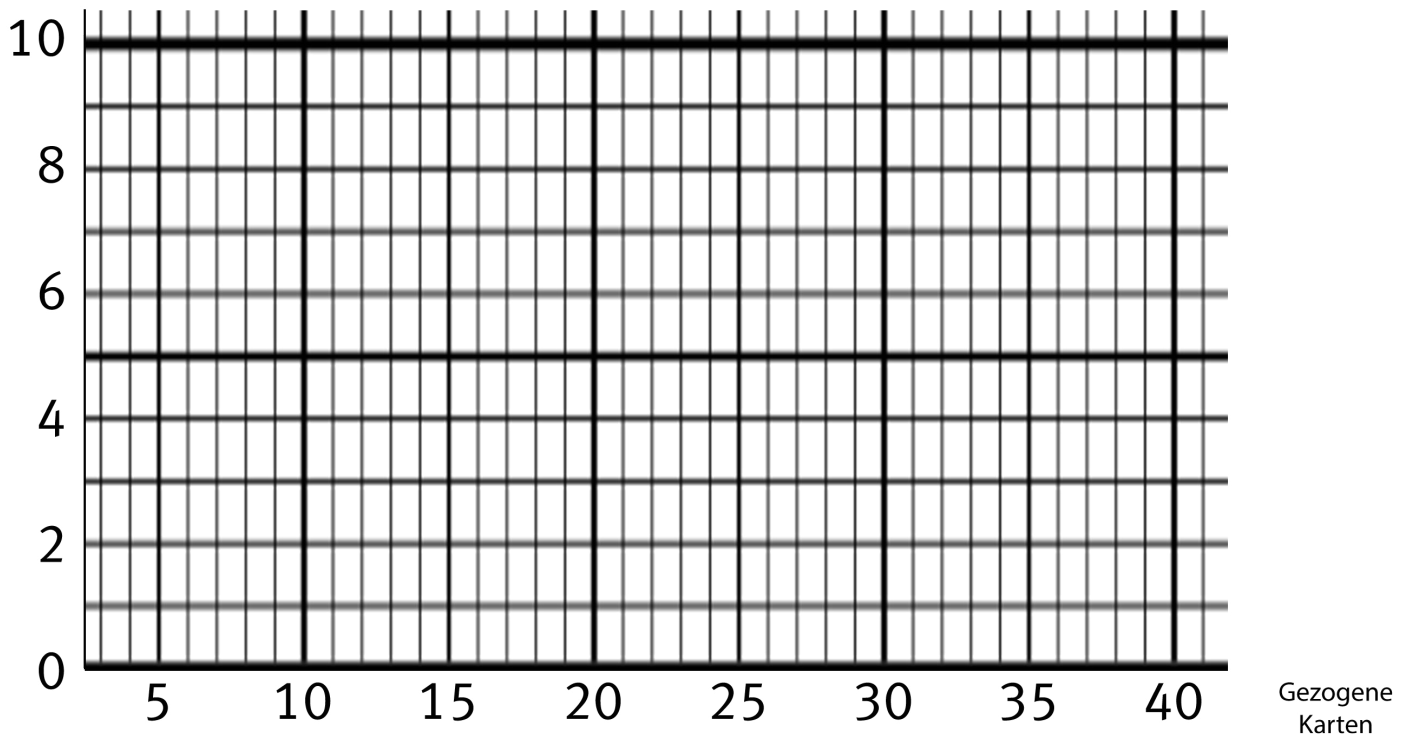




Aufgabe 4

Wie viele Karten musstet ihr durchschnittlich ziehen, um ein Kartenset zu vervollständigen (Mittelwert)?

Gruppe



FC Dortmund 04



1,80 m
72 kg
7-5-1996

Alexa Abend

VfB Karlsruhe



1,82 m
75 kg
9-1-1992

Carlo Rudolfo

SV Bremen



1,64 m
57 kg
1-1-1996

Jules Paxton

Rot-Weiss Düsseldorf



1,84 m
77 kg
1-5-1993

Marc Paroli

Stuttgarter SC



1,70 m
62 kg
5-2-1995

Britta König

1. FC Offenbach



1,85 m
76 kg
8-8-1995

Dennis Albe


Fortuna Essen



1,82 m
76 kg
5-3-1990

Luca Rodolski

Borussia Schalke



1,78 m
67 kg
2-5-1991

Jenny Johnson

Kickers Kaiserslautern



1,97 m
86 kg
2-5-1991

Michael Alter

Werder Hamburg



1,68 m
64 kg
3-8-1991

Shino Kagawo

DAS SAMMELKARTENPROBLEM

Unterrichtseinheit zur mathematischen Quantifizierung von Erfolgchancen
bei Sammelkartenproblemen und zur Umsetzung der Leitperspektive Verbraucherbildung.

Lehrerhandreichung

Realisierung der Leitperspektive Verbraucherbildung

Der konkretisierende Begriff Medien als Einflussfaktoren der Leitperspektive Verbraucherbildung wird in diesem Unterrichtsmaterial am Beispiel des Sammelkartenproblems aufgegriffen. Die Schülerinnen und Schüler (SuS) erfahren in kleinen, selbst durchgeführten Wahrscheinlichkeitsexperimenten, mit welchem mathematischen Erfolg sie einer Sammelleidenschaft erfolgreich nachgehen können. Die unterschiedlichen Stichproben werden von den SuS statistisch dargestellt. Dabei wiederholen die SuS den Umgang mit den statistischen Kenngrößen: relative und absolute Häufigkeit und Mittelwert. Zum Ende der Einheit können die SuS einige mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansätzen zu betrachtende Marktsituationen kompetent erkennen und auswerten.

Einordnung in den Bildungsplan

Kategorie	3.1.5	Leitidee Daten und Zufall
Inhaltliche Kompetenz	(8)	Die Schüler können statistische Darstellungen hinsichtlich ihrer Eignung und hinsichtlich möglicher Irreführungen beurteilen
Konkretisierende/r Begriff/e		Medien als Einflussfaktoren
Bezug zu den prozessbezogenen Kompetenzen	2.5.6 2.5.7 2.5.8	ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen aus Quellen (Texten, Bildern und Tabellen) und aus Äußerungen anderer mathematische Informationen entnehmen Äußerungen und Informationen analysieren und beurteilen

Projekt-/Unterrichtsverlauf	
Zeitaufwand	1-2 Schulstunden
Materialart	Einführungsblatt (wahlweise als PowerPoint), Aufgabenblatt und ein Sammelkartenset pro Gruppe. Der erste Satz Aufgabenblätter stellt dabei die anspruchsvollere Variante der Einheit dar, während der zweite Satz die SuS mit hilfreichen Tipps unterstützt.
Einstieg	Historischer Einstieg in die Thematik <i>Sammelkartenproblem</i> ist dem Arbeitsblatt beigelegt.
Erarbeitungsphase I	In der ersten Phase sollen die SuS in Gruppen (mind. 3 Schüler) das Sammelkartenproblem spielerisch erleben. In Aufgabe 1 und 2 erfassen sie die relative und absolute Häufigkeit, mit der unterschiedliche Spielkarten gezogen werden. In einem Zwischenschritt werden diese Ergebnisse mit den anderen Gruppen im Plenum verglichen (Aufgabe 3).
Erarbeitungsphase II	In Aufgabe 4 ermitteln die SuS die durchschnittliche Häufigkeit der gezogenen Motive und Gesamtkarten. Dieses Ergebnis wird im Plenum verglichen (Aufgabe 5). Dazu bietet es sich an, die Seite 4 als Folie zu verwenden. In Aufgabe 6 und 7 (nur in höheren Niveaustufen) reflektieren die SuS die Ausgaben, die für ein vollständiges Sammelheft aufzuwenden sind.
Ergebnissicherung	findet direkt auf dem Übungsblatt statt.
Vorkenntnisse	Die SuS sollten mit den statistischen Größen absolute/relative Häufigkeit und Mittelwert vertraut sein.
Weiterführendes Material	Die Thematik wird mit demselben Beispiel wieder in der Oberstufe aufgegriffen, wenn unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Zufallsexperimente thematisiert werden.
Kommentar	<p>Die Mathematik hinter dem Sammelkartenproblem</p> <p>Klassischer Ansatz:</p> <p>Wie viele Bilder muss man kaufen um ein Heft voll zu bekommen?</p> <p>Prämisse:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) kein Tauschen b) kein gezieltes Kaufen c) Karten sind gleich verteilt <p>Modellierung: Urnenmodell mit zurücklegen</p> <p>Wahrscheinlichkeit: $n \times \sum (1/k)$ mit $k = 1$ bis n</p> <p>Konkreter Fall: Panini-EM-Heft 2016</p> <p>Beim Panini EM Heft 2016 gilt $N = 680$</p> <p>Wie viele Bilder muss man kaufen, um das Heft voll zu bekommen?</p> <p>$680 \times \sum 1/k = 4828$</p>

Literatur- und Quellennachweise:

Bild 1	archiv-industrial-technology-and-witchcraft.de
Bild 2	Lidl Haushaltsprospekt, Ausgabe 17/2016.
Bildkonvolut 1	Web.de (Panini Heft '79 und Lothar Matthäus), Spiegel.de (Max Kruse). Letzter Zugriff am 30.08.2016
Fotos der Fußballer*innen	Shutterstock.com
Sammelkarten	eigene Darstellung
Didi Dachs	eigene Darstellung
Historische Einführung	Der Unterrichtseinheit liegen zahlreiche Artikel und Internetseiten zugrunde, die hier nicht im Einzelnen aufgeführt werden können.

Das Unterrichtsmaterial wurde Ihnen von der Verbraucherzentrale Baden-Württemberg zur Verfügung gestellt.

Mehr Informationen zur Finanzierung unserer Unterrichtsmaterialien:
www.vz-bw.de/transparenzerklaerung

Hat Ihnen das Material gefallen? Wurden Ihre Erwartungen erfüllt?
Wir freuen uns über Ihr Feedback.

Kontakt

Verbraucherzentrale Baden-Württemberg e.V.
Team Verbraucherbildung
Paulinenstr. 47
70178 Stuttgart

bildung@vz-bw.de
www.vz-bw.de/leitperspektive